

**Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Уфимский государственный авиационный технический университет»**

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ
ТЕЛ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ФОРМЫ**

**Методические указания к лабораторной работе № 5
по дисциплине «Физика»**

Уфа 2016

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Уфимский государственный авиационный технический университет»

Кафедра физики

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ
ТЕЛ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ФОРМЫ**

Методические указания к лабораторной работе № 5
по дисциплине «Физика»

Уфа 2016

Составитель Э. В. Сагитова

УДК 531.231. (07)

ББК 22.213 (Я7)

Определение моментов инерции тел произвольной формы: методические указания к лабораторной работе № 5 по дисциплине «Физика» / Уфимск. гос. авиац. техн. ун-т; Сост. Э. В. Сагитова – Уфа: Уфимск. гос. авиац. техн. ун-т, 2016. – 14 с.

Цель методических указаний – закрепление и совершенствование знаний студентов по дисциплине «Физика» и формирование умений их применять для решения научно-технических задач в теоретических и прикладных аспектах, возникающих в последующей профессиональной деятельности выпускников технического университета.

Знакомят студентов с методикой определения моментов инерции тел произвольной формы. Приведена теория метода, описана экспериментальная установка для определения моментов инерции физического и математического маятников, а также изучения зависимости момента инерции тел произвольной формы от распределения массы относительно оси вращения.

Предназначены для студентов технических вузов, изучающих дисциплину «Физика» по разделу «Физические основы механики» на всех направлениях подготовки бакалавров и специалистов.

Рецензенты: канд. физ.-мат. наук, доц. Осипов В. С.,
канд. тех. наук, доц. Зарипов Р. А.

© Уфимский государственный
авиационный технический университет, 2016

Содержание

Введение	4
1. Цель работы.....	5
2. Задачи.....	5
3. Теоретическая часть	5
4. Экспериментальная установка.....	8
5. Требования по технике безопасности	9
6. Задания.....	10
7. Методика выполнения заданий	10
Контрольные вопросы	12
Требования к содержанию и оформлению отчета	13
Критерии результативности выполнения лабораторной работы	13
Список литературы	14

ВВЕДЕНИЕ

Мерой инертности тела при вращательном движении является момент инерции. Момент инерции твердого тела зависит от массы тела и распределения ее относительно оси вращения. Момент инерции тел правильной геометрической формы можно рассчитать теоретически. Для неоднородных твердых тел произвольной формы такой расчет сложен, поэтому моменты инерции тел определяют опытным путем.

Имеются различные методы экспериментального определения моментов инерции, основанные на применении к вращающемуся телу основного закона динамики или закона сохранения энергии. В настоящей работе определение моментов инерции тел произвольной формы производится методом колебаний.

В результате выполнения данной лабораторной работы формируются следующие компетенции:

- способность демонстрировать базовые знания в области общенаучных дисциплин и готовность использовать основные законы в профессиональной деятельности;

- способность проводить эксперименты по заданной методике, обрабатывать результаты, оценивать их погрешность и достоверность.

Перечисленные компетенции формируются через умения:

- работать с измерительными приборами;
- рассчитывать физические величины по экспериментальным данным;
- анализировать результаты опыта;
- оформлять отчет.

Перечисленные компетенции формируются через владения:

- теоретическим материалом;
- навыками измерения физических величин по приборам;
- технологией обработки экспериментальных данных.

Лабораторная работа № 5

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ ТЕЛ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ФОРМЫ

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Определение моментов инерции математического и физического маятников, а также изучение зависимости момента инерции физического маятника от распределения массы.

2. ЗАДАЧИ

1. Закрепление знаний физических характеристик вращательного движения твердого тела.

2. Освоение метода колебаний для измерения моментов инерции тел различной формы.

3. Приобретение навыков проведения измерений и умения обработки полученных при этом данных.

3. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Моментом инерции тела относительно выбранной оси называется скалярная величина, равная сумме произведений масс всех материальных точек тела на квадрат их расстояния до оси вращения

$$J = \sum_i m_i r_i^2 = \sum_i J_i. \quad (3.1)$$

Величина $J_i = m_i r_i^2$ называется моментом инерции материальной точки относительно оси вращения.

Момент инерции – величина аддитивная, т.е. момент инерции тела равен сумме моментов инерций составных частей тела.

Измерив периоды колебаний математического и физического маятников можно определить моменты инерции тел произвольной формы.

Математическим маятником называется материальная точка массой m_0 , подвешенная на невесомой нерастяжимой нити и совершающая колебания в вертикальной плоскости под действием силы тяжести.

Момент инерции математического маятника

$$J = m_0 l^2, \quad (3.2)$$

где l – длина маятника.

Период колебаний математического маятника определяется по формуле

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (3.3)$$

Физическим маятником (рис. 3.1) называется твердое тело, совершающее колебания вокруг неподвижной горизонтальной оси, не проходящей через его центр инерции, под действием силы тяжести.

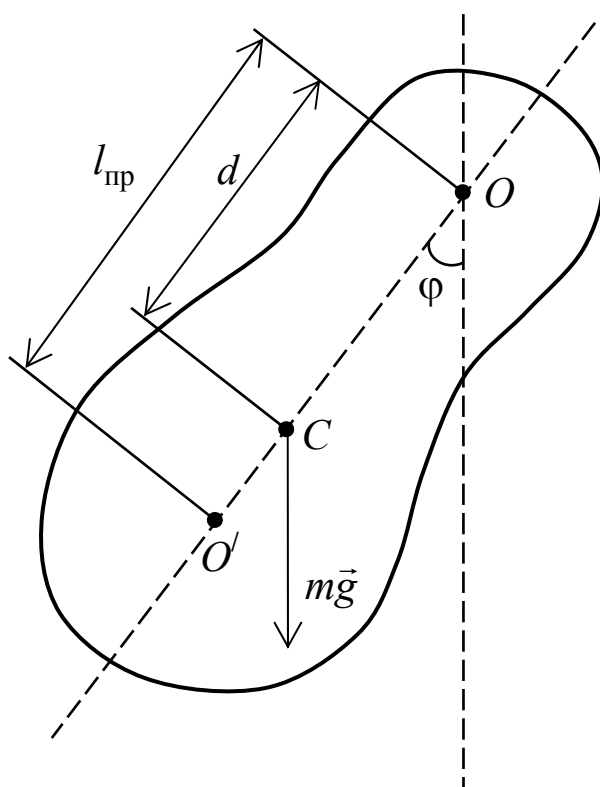


Рис. 3.1

Если силами сопротивления среды и трения в подвесе маятника можно пренебречь, то при отклонении маятника на угол φ от положения равновесия момент силы M , стремящийся вернуть маятник в положение равновесия, создается только силой тяжести $m\vec{g}$.

$$M = -m g d \sin\varphi, \quad (3.4)$$

где $d = OC$ – расстояние от точки подвеса до центра масс маятника, m – масса маятника, $d \sin\varphi$ – плечо силы тяжести (рис. 3.1).

Основное уравнение динамики вращательного движения с учетом (3.4) можно записать в виде

$$M = J \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = -m g d \sin \varphi.$$

При малых углах отклонения $\sin \varphi \sim \varphi$, тогда

$$J \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = -m g d \varphi. \quad (3.5)$$

Уравнение (3.5) можно переписать в виде

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \frac{m g d}{J} \varphi = 0 \quad (3.6)$$

или

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \omega_0^2 \varphi = 0. \quad (3.7)$$

Решение уравнения (3.7) имеет вид

$$\varphi = \varphi_0 \cos(\omega_0 t + \alpha), \quad (3.8)$$

где φ_0 и α – произвольные постоянные. Через ω_0^2 обозначена величина

$$\omega_0^2 = \frac{m g d}{J}. \quad (3.9)$$

Из уравнений (3.8) и (3.9) следует, что при малых отклонениях от положения равновесия физический маятник совершает гармонические колебания, частота которых зависит от массы маятника, момента инерции маятника J относительно оси вращения, проходящей через точку O , и расстояния между осью вращения и центром инерции маятника. Зная ω_0 , можно рассчитать период колебания T физического маятника:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}, \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{m g d}}. \quad (3.10)$$

Из сопоставления формул (3.3) и (3.10) следует, что математический маятник длиной

$$l_{\text{пр}} = \frac{J}{m d} \quad (3.11)$$

будет иметь такой же период колебаний, что и данный физический маятник. Величину $l_{\text{пр}}$ называют приведенной длиной физического маятника.

Точка на прямой, соединяющей точку подвеса с центром инерции, лежащая на расстоянии приведенной длины от оси вращения O , называется центром качания физического маятника O' (рис. 3.1).

По теореме Штейнера момент инерции тела относительно произвольной оси O , не проходящей через центр масс, равен

$$J = J_c + m d^2, \quad (3.12)$$

где J_c – момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр тяжести и параллельной данной оси, d – расстояние между осями.

Подставим в уравнение (3.11) момент инерции, определяемый выражением (3.12),

$$l_{\text{пр}} = \frac{J_c + m d^2}{m d} = \frac{J_c}{m d} + d. \quad (3.13)$$

Из уравнения (3.13) видно, что приведенная длина всегда больше d , так что точка подвеса O и центр качания O' лежат по разные стороны от центра инерции C .

Зная период колебания T , массу физического маятника m и приведенную длину, можно рассчитать момент инерции J физического маятника

$$J = l_{\text{пр}} \cdot m d$$

или

$$J = \frac{g m d T^2}{4\pi^2} = J_c + m d^2. \quad (3.14)$$

4. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

Комплексная установка для определения моментов инерции математического и физического маятников (рис. 4.1) состоит из вертикальной стойки 5, основания 6 и элементов подвеса физического (1 или 1') и математического маятников. На конце призмы 4 закреплен зажим 7 для подвеса и изменения длины математического маятника.

Математический маятник представляет собой стальной шарик 2, подвешенный на нити 3. Длина нити математического маятника может меняться.

Физический маятник сделан из стали в виде длинного стержня 1 (или стальной пластины 1'), на котором в разных местах может крепиться груз 8 (или 8'). Для подвеса физического маятника в верхней части стойки горизонтально закреплена стальная каленая призма 4. Положение центра инерции физического маятника определяют с помощью специально предназначенной призмы 9. Для измерения времени колебаний используют секундомер 10.

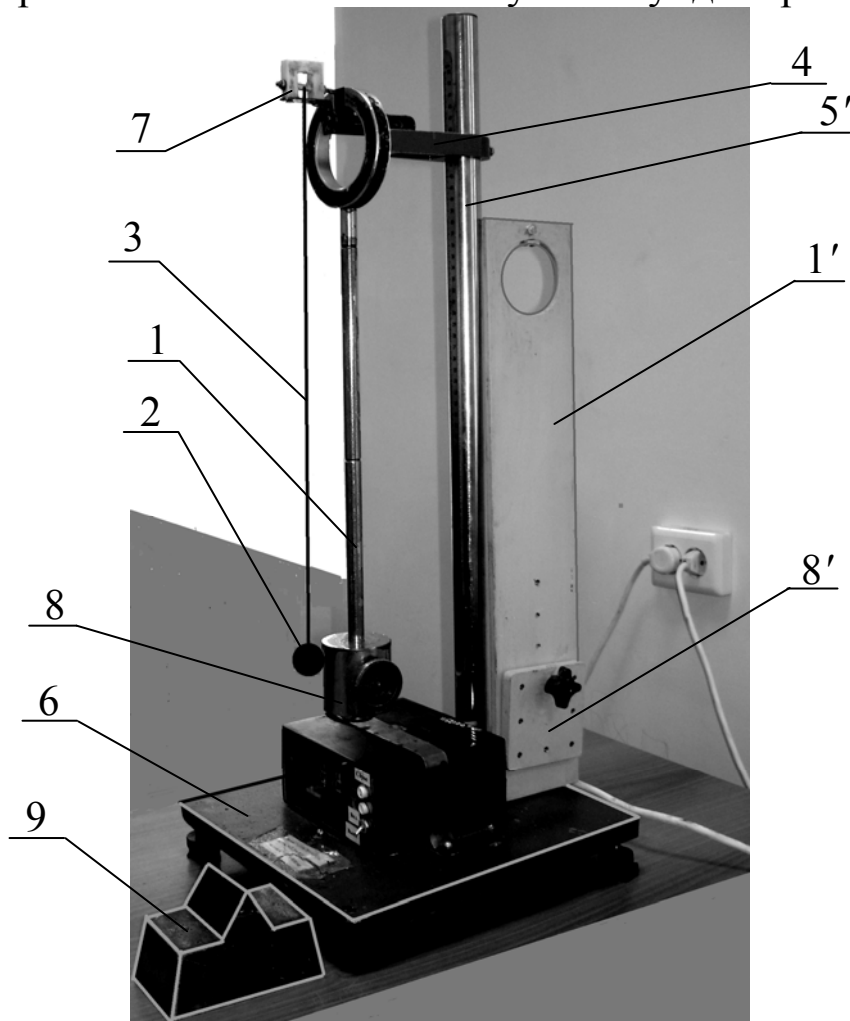


Рис. 4.1

5. ТРЕБОВАНИЯ ПО ТЕХНИКЕ БЕЗОПАСНОСТИ

1. Не загромождайте рабочее место посторонними предметами (одежда, сумка и т.д.)

2. Прежде чем приступить к работе, внимательно ознакомьтесь с заданием и оборудованием.

3. Следите за тем, чтобы груз, перемещаемый на физическом маятнике был закреплен.

4. Следите за устойчивостью положения физического маятника на призме 9 при определении центра масс маятника.

5. При пользовании электрическим секундомером не оставляйте его включенным без надобности.

6. ЗАДАНИЯ

1. Определение моментов инерции твердых тел произвольной формы, основываясь на измерении периодов колебаний математического и физического маятников.

2. Исследование зависимости момента инерции тела от распределения его массы относительно оси вращения и проверка теоремы Штейнера.

7. МЕТОДИКА ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЙ

7.1. Определение моментов инерции математического и физического маятников

1. Подвешивают физический маятник (1 или 1' по заданию преподавателя) на призму, закрепив груз 8 (или 8') в нижнем положении. Отклоняют маятник от вертикали на малый угол (5° - 7°) и отпускают. Измеряют время t 30-ти полных колебаний и определяют период колебаний $T = \frac{t}{n}$ (n – число колебаний). Измерения производят не менее трех раз.

2. Подбирают длину математического маятника так, чтобы значения его периода колебаний совпали с периодом колебаний физического маятника $T_m = T_\phi$. В этом случае длина математического маятника равна приведенной длине физического маятника $l_{пр}$.

3. Рассчитывают момент инерции математического маятника по формуле

$$J_m = m_0 l^2,$$

где m_0 – масса математического маятника, указанная на установке, l – длина нити, измеряемая линейкой.

4. Определяют ускорение силы тяжести по формуле

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}.$$

5. Результаты измерений для математического маятника вносят в табл. 7.1.

6. Зная массу физического маятника m , а также расстояние d (от точки подвеса до центра инерции), рассчитывают момент инерции

маятника по формуле (3.14).

$$J_{\phi} = l_{\text{пр}} \cdot md.$$

7. Все результаты заносят в табл. 7.2.

8. Рассчитывают абсолютные и относительные погрешности определения момента инерции J_{ϕ} .

9. Истинное значение записывают в виде

$$J_{\phi} = (J_{\phi, \text{ср}} \pm \Delta J), \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Таблица 7.1

	m_0 , кг	l , м	n	t , с	T_M , с	g , м/с ²	J_M , кг·м ²
1							
2							
3							

Таблица 7.2

	m_{ϕ} , кг	n	t , с	T_{ϕ} , с	d , м	J_{ϕ} , кг·м ²
1						
2						
3						

7.2. Определение момента инерции физического маятника в зависимости от распределения массы относительно оси вращения

1. Подвешивают физический маятник на призму 4. Укрепляют груз 8 (или 8') в крайнем нижнем положении. Определяют не менее 3-х раз период колебания T , измеряя время t 30-ти полных колебаний

$$T_1 = \frac{t_1}{n} = \frac{t_1}{30}.$$

2. Перемещают груз во 2-е положение, а затем в 3-е, 4-е, 5-е (рис. 4.1) и определяют периоды колебаний T_2 , T_3 , T_4 и T_5 .

3. Измеряют каждый раз расстояние d от точки подвеса до центра инерции с помощью призмы 9 (рис. 4.1).

4. Рассчитывают момент инерции физического маятника

$$J_{\phi 1} = g \frac{m_{\phi} d_1 T_1^2}{4\pi^2},$$

а также $J_{\phi 2}$, $J_{\phi 3}$, $J_{\phi 4}$, $J_{\phi 5}$.

Считают, что

$$m_{\phi} = m_{\text{м}} + m_{\text{гр}},$$

где $m_{\text{м}}$ – масса маятника без груза, $m_{\text{гр}}$ – масса прикрепляемого груза.

5. Значение ускорения силы тяжести берут из измерений с математическим маятником.

6. Результаты опыта заносят в табл. 7.3.

7. Рассчитывают абсолютные и относительные погрешности J_{ϕ} .

8. Строят график зависимости момента инерции J_{ϕ} физического маятника от расстояния d от точки подвеса до центра инерции.

9. Истинное значение момента инерции физического маятника записывают в виде

$$J_{\phi} = (J_{\phi, \text{ср}} \pm \Delta J), \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

10. Делают вывод о зависимости момента инерции физического маятника от распределения массы относительно оси вращения.

Таблица 7.3

Положение груза		n	$t, \text{ с}$	$T, \text{ с}$	$l, \text{ м}$	$J_{\phi}, \text{ кг} \cdot \text{м}^2$
1-е	1					
	2					
	3					
2-е	1					
	2					
	3					
3-е	1					
	2					
	3					
4-е	1					
	2					
	3					
5-е	1					
	2					
	3					

Контрольные вопросы

1. Что называется математическим маятником, чему равен период колебаний математического маятника?

2. Что такое физический маятник, период колебаний физического маятника?

3. Какая длина называется приведенной длиной физического маятника, от чего зависит $l_{пр}$?

4. Что называется моментом инерции материальной точки? Что называется моментом инерции твердого тела, физический смысл момента инерции, единица измерения?

5. Сформулируйте теорему Штейнера.

6. Как устроена установка для определения моментов инерции маятников?

7. Как экспериментально определить моменты инерции математического и физического маятников?

8. Зависит ли момент инерции от распределения массы относительно оси вращения?

9. Чему равен период колебаний физического маятника при $d \rightarrow 0$? Ответ обосновать.

10. Чему равен период колебаний физического маятника при $d \rightarrow \infty$? Ответ обосновать.

Требования к содержанию и оформлению отчета

Отчет по лабораторной работе должен содержать:

1. Номер, название и цель работы.

2. Теоретические основы использования метода колебаний математического и физического маятников для определения момента инерции.

3. Таблицы с результатами измерений моментов инерции твердых тел с помощью математического и физического маятников.

4. График зависимости $J_{ф}(d)$.

5. Расчет абсолютной и относительной погрешности измерений ускорения свободного падения g и момента инерции физического маятника $J_{ф}$.

6. Выводы по работе.

Критерии результативности выполнения лабораторной работы

Лабораторная работа считается выполненной, если студент:

- усвоил понятия о динамических характеристиках вращательного движения, момент инерции твердого тела, момент силы, а также уяснил зависимость момента инерции от массы тела и ее распределения относительно оси вращения;

- овладел знанием теоретических основ экспериментального определения моментов инерции тел произвольной формы методом колебаний математического и физического маятников;
- правильно выполнил измерения и расчеты;
- оформил отчет в соответствии с предъявляемыми требованиями;
- дал исчерпывающие ответы на контрольные вопросы.

Список литературы

1. *Савельев И. В.* Курс общей физики. Т. 1. – М.: Издательство «КноРус», 2012.
2. *Детлаф А. А., Яворский Б. М.* Курс физики. – М.: Academia, 2009.
3. *Трофимова Т. И.* Курс физики. – М.: Высшая школа, 2012.

Составитель САГИТОВА Эмма Вагизовна

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ
ТЕЛ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ФОРМЫ

Методические указания к лабораторной работе № 5
по дисциплине «Физика»

Подписано в печать 2016. Формат 60x84 1/16.
Бумага офсетная. Печать плоская. Гарнитура Nimes New Roman.
Усл. печ. л. 1,1. Уч-изд.л. 0,9. Тираж 100 экз. Заказ №
ФГОУ ВПО «Уфимский государственный авиационный
технический университет»
Редакционно-издательский комплекс УГАТУ
450000, Уфа-центр, ул. К. Маркса, 12